

Optimierte Einteilung der Wahlkreise für die Deutsche Bundestagswahl

SEBASTIAN GODERBAUER, AACHEN

Bei der grundsätzlich alle vier Jahre stattfindenden Deutschen Bundestagswahl sind Wahlkreise von erheblicher Bedeutung. In jedem Wahlkreis entscheiden die Wähler mit ihren Erststimmen über die konkrete Besetzung eines Sitzes im Parlament der Bundesrepublik Deutschland, sodass jeder Teil des Wahlgebietes parlamentarisch vertreten wird. Auf diese Weise werden über die Wahlkreise in der Theorie die Hälfte der Bundestagsmandate vergeben. In der Realität beträgt der Anteil der über die Wahlkreise gewählten Abgeordneten meist etwas weniger als die Hälfte. Grund dafür sind wahlrechtsbedingte, zusätzliche Überhang- und Ausgleichsmandate, deren Anzahl auch von dem Zweitstimmenergebnis der Wahl abhängt. Die Einteilung der 299 Bundestagswahlkreise (vgl. Abb. 1) unterliegt gesetzlich verankerten Grundsätzen und Regeln (§ 3 Abs. 1 Bundeswahlgesetz (BWG)). Auf Interpretation und Auslegung dieser Gesetze aufbauend kann das Problem der Wahlkreiseinteilung als Optimierungsproblem definiert werden. Für dessen Lösung wurde eine optimierungsbasierte Heuristik entwickelt und erfolgreich auf neusten Bevölkerungs- und Geodaten angewendet.

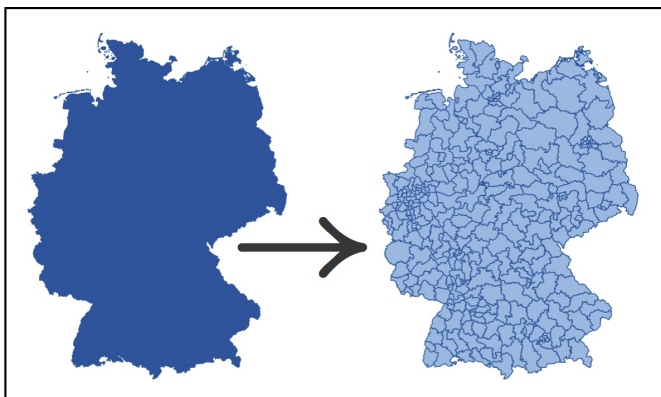


Abb. 1: Für die Bundestagswahl ist Deutschland in 299 Wahlkreise einzuteilen.

Um dem Grundsatz der Wahlgleichheit zu genügen, sind die Bevölkerungsunterschiede zwischen den Wahlkreisen möglichst gering zu halten. Dazu ist eine Toleranzgrenze von $\pm 15\%$ sowie eine absolute Höchstgrenze von $\pm 25\%$ der zulässigen Abweichung zwischen Bevölkerungszahl eines Wahlkreises und der durchschnittlichen Bevölkerungszahl der Wahlkreise definiert (§ 3 Abs. 1 Nr. 3 BWG). Darüber hinaus soll jeder Wahlkreis ein zusammenhängendes Gebiet bilden (§ 3 Abs. 1 Nr. 4 BWG) und dessen Einteilung soll sich nach Möglichkeit an bestehenden Verwaltungsgrenzen orientieren (§ 3 Abs. 1 Nr. 5 BWG). Strikt einzuhalten sind hingegen die Bundesländergrenzen (§ 3 Abs. 1 Nr. 1 BWG), dies folgt aus dem verfassungsrechtlich verankerten Bundesstaatsprinzip (Art. 20 Abs. 1 Grundgesetz). Das gesetzlich vorgeschriebene Sainte-Laguë-Verfahren [12, 14] verteilt die Wahlkreisanzahl von Deutschland auf die Bundesländer (§ 3 Abs. 1 Nr. 2 BWG bzw. § 6 Abs. 2 Satz 2 bis 7 BWG). Um dem Verdacht einer z.B. politisch motivierten Einflussnahme durch Wahlkreisgeometrie (engl. Gerrymandering, vgl. [9, 16, 17]) entgegenzuwirken, sollen visuell kompakte Wahlkreise eingeteilt werden. Mit dem Begriff Wahlkreisgeometrie wird das Vorgehen bezeichnet, welches durch gezieltes Festlegen der Wahlkreisgrenzen einen Vorteil oder Nachteil für eine gewisse politische Partei oder auch gesellschaftliche Teilmenge anstrebt. Bei einer Anwendung können skurrile Wahlkreisformen entstehen. Dieser Grundsatz zur visuellen Gestalt der Wahlkreise ist zwar nicht explizit im Wahlgesetz genannt, jedoch entspricht eine Ähnlichkeit zu der geometrischen Form eines Kreises oder regulärem Polygons der weitverbreiteten Vorstellung eines Wahlkreises.

Aufgrund von u.a. Bevölkerungsentwicklungen ist die Wahlkreiseinteilung regelmäßig anzupassen. Zur letzten Bundestagswahl im September 2013 wurden durch den Gesetzgeber die Grenzen von 32 Wahlkreisen gegenüber der bisherigen Einteilung modifiziert [6]. Bei den 2013 verwendeten Wahlkreisen überstieg die Bevölkerungsabweichung von mehr als jedem fünften Wahlkreis die gesetzliche Toleranzgrenze von 15% [3]. Zahlreiche dieser Wahlkreise schöpften sogar die 25%-Grenze aus [3]. Bevölkerungsabweichungen von über 15% haben laut Gesetz jedoch klar die Ausnahme zu sein [5]. Darüber hinaus kritisiert die europäische Organisation OSZE in einem Report über ihre Wahlbeobachtung die hohen Bevölkerungsabweichungswerte bei den Wahlkreisen für die Deutschen Bundestagswahl [10, 11]. Die Wahlkreiseinteilung zur nächsten, planmäßig 2017 stattfindenden Bundestagswahl wird erstmalig auf Grundlage der Ergebnisse des Zensus 2011 berechnet werden [5]. Zuvor wurden fortgeschriebene Daten beruhend auf der Volkszählung von 1987 verwendet. Da die Daten mehr oder weniger stark voneinander abweichen, werden zahlreiche Änderungen in der Wahlkreiseinteilung vorzunehmen sein. Durch die neue Datengrundlage wird Hessen höchstwahrscheinlich einen Wahlkreis verlieren, den Bayern hinzu bekommt. Aufgrund dessen wird die Wahlkreiseinteilung in diesen beiden Bundesländern wahrscheinlich vergleichsweise große Anpassungen erfahren.

Neben der Problemstellung an sich bilden die genannten und aktuellen Punkte zusätzliche Motivation, das Problem der Wahlkreiseinteilung aus Sicht der mathematischen Optimierung zu bearbeiten. In der Masterarbeit ist das Problem der Wahlkreiseinteilung als multikriterielles Graphpartitionsproblem definiert. Um das Problem zu lösen ist eine optimierungsbasierte, mehrstufige Heuristik entwickelt worden.

Ausgangspunkt der mathematischen Definition des Problems der Wahlkreiseinteilung ist ein sogenannter Bevölkerungsgraph. In einem solchen Graphen $G=(V, E)$ repräsentiert ein Knoten $i \in V$ ein Gebiet, z.B. eine Gemeinde, und ist gewichtet mit der dort wohnenden deutschen Bevölkerung p_i . Zwei Bevölkerungsknoten $i, j \in V$ sind über eine ungerichtete Kante $(i,j) \in E$ adjazent, wenn die

zugehörigen Gebiete benachbart sind. Im Zuge einer Aufbereitung und Verknüpfung von Geodaten [2] und Bevölkerungsdaten des Zensus 2011 [15] können die Bevölkerungsgraphen für Deutschland berechnet werden. Abbildung 2 enthält einen Bevölkerungsgraphen von Nordrhein-Westfalen.

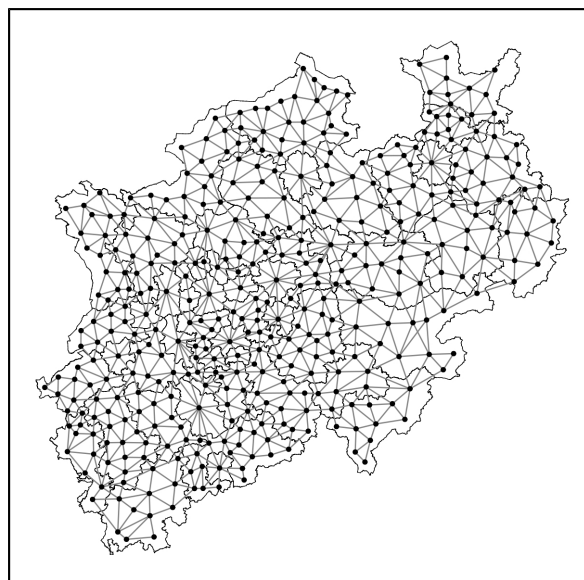


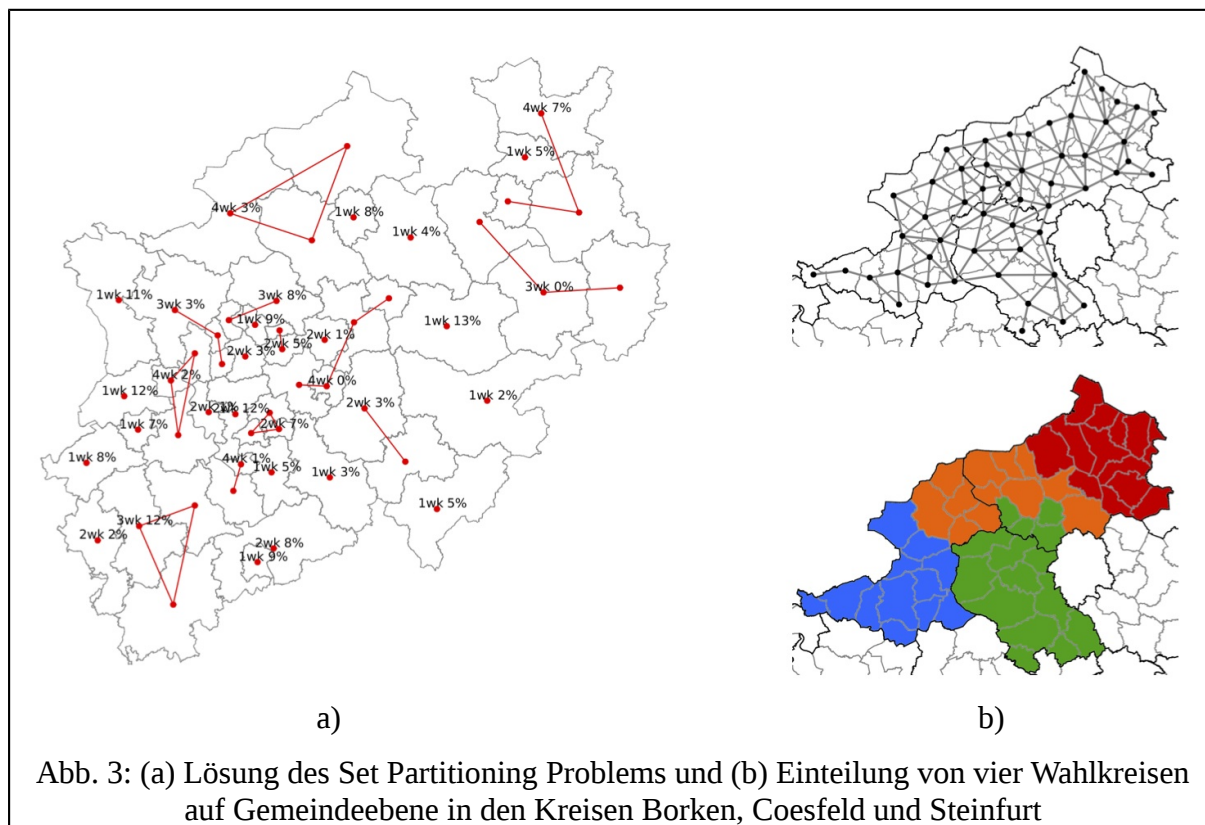
Abb. 2: Der Bevölkerungsgraph auf Gemeindeebene von Nordrhein-Westfalen ist mit 396 Knoten und 1 084 Kanten einer der kleineren. Insgesamt gibt es 11 339 deutsche Gemeinden.

Das Problem der Wahlkreiseinteilung ist als ein multikriterielles Optimierungsproblem definiert, bei dem ein knotengewichteter Bevölkerungsgraph in eine gegebene Anzahl an zusammenhängenden und gewichtsbeschränkten Teilgraphen zu partitionieren ist. Die zu findenden Teilgraphen entsprechen dabei intuitiv den einzuteilenden Wahlkreisen. Aus komplexitätstheoretischer Sicht ist das Problem der Wahlkreiseinteilung NP-schwer [1]. Auf Wegen und speziellen Bäumen als Bevölkerungsgraph können zulässige Wahlkreiseinteilungen in polynomieller oder sogar in linearer Zeit gefunden werden [4, 8]. Dieses Problem wird auf Bäumen NP-schwer, wenn die Summe der Bevölkerungsunterschiede minimiert wird [7]. Aus Modellierungssicht ähnelt das Problem der Wahlkreiseinteilung einem Knotenfärbungsproblem: Unter der Auswahl von 299 verschiedenen Farben ist jeder Bevölkerungsknoten unter gewissen Nebenbedingungen und Optimierungszielen mit genau einer Farbe zu färben.

In der Masterarbeit wird eine optimierungsbasierte Heuristik vorgestellt, die anhand der deutschen, aufeinander aufbauenden Verwaltungsebenen das Problem der Wahlkreiseinteilung geeignet in kleinere Teilprobleme aufteilt. Zum einen kann so das Ziel, Übereinstimmungen von bekannten Verwaltungs- und Wahlkreisgrenzen zu fördern, adäquat umgesetzt werden. Zum anderen entstehen handhabbare Graphgrößen innerhalb der Teilprobleme. Die erste Aufteilung in Teilprobleme ist von dem Gesetzgeber gegeben: Das Problem der Wahlkreiseinteilung ist für jedes Bundesland einzeln zu lösen. Die Vereinigung aller Bundesländerwahlkreise ergibt dann eine Wahlkreiseinteilung für Deutschland. Für ein Bundesland wird der Bevölkerungsgraph auf der Ebene der Kreise und kreisfreien Städte betrachtet. Auf diesem Graphen wird ein Set Partitioning Problem gelöst und so die Wahlkreisanzahl des Bundeslandes auf Teilmengen der Kreisebene aufgeteilt. Berechnet wird eine Partition des Bevölkerungsgraphen in zusammenhängende Teilgraphen, denen jeweils eine Wahlkreisanzahl zugewiesen ist, sodass in der Summe die den ausgewählten Teilmengen der Kreise und kreisfreien Städte zugesprochene Anzahl der Wahlkreise gleich der Wahlkreisanzahl des Bundeslandes ist (vgl. Abb. 3a). Es werden dabei die durch diese Wahlkreiszuweisung entstehenden

(durchschnittlichen) Bevölkerungsunterschiede minimiert und möglichst Teilgraphen ausgewählt, die eine kompakte Wahlkreiseinteilung ermöglichen. Partitions Mengen, denen genau ein Wahlkreis zugewiesen wird, bilden gelöste Teilprobleme. Verbleibende Partitions Mengen bilden offene Teilprobleme und deren Wahlkreise werden auf dem Bevölkerungsgraph der Gemeindeebene eingeteilt. Hierbei können passende Lösungs Algorithmen aus der Literatur (vgl. [13]) oder, wie in der Masterarbeit, eine einfache Heuristik angewendet werden (vgl. Abb. 3b).

Die mithilfe des genannten Algorithmus eingeteilten Wahlkreise sind aufgrund der verwendeten, aktuellen Daten sowie dem Einhalten der gesetzlichen Vorgaben und Zielsetzungen grundsätzlich für die Bundestagswahl verwendbar. Die Ergebnisse zeigen, dass die berechneten Wahlkreise die im Wahlgesetz genannten Grundsätze zumeist in einem größeren Umfang verkörpern als die gegenwärtig geltende Wahlkreiseinteilung für die Deutsche Bundestagswahl.



Literatur

- [1] Altman, M. (1997). *Is Automation the Answer: The Computational Complexity of Automated Redistricting*. Rutgers Computer and Law Technology Journal, 23(1), 81-142.
- [2] Bundesamt für Kartographie und Geodäsie (2011). *Shapefiles der Verwaltungsgrenzen Deutschlands (VG250_1Jan2011_UTM32)*.
- [3] Bundeswahlleiter (2013). *Strukturdaten für die Wahlkreise zum 18. Deutschen Bundestag*.
- [4] De Simone, C., Lucertini, M., Pallottino, S., Simeone, B. (1990). *Fair dissections of spiders, worms and caterpillars*. Networks, 20, 323-344.
- [5] Deutscher Bundestag (2011). *Bericht der Wahlkreiskommission für die 17. Wahlperiode des Deutschen Bundestages gemäß § 3 Bundeswahlgesetz*. Bundestag-Drucksache 17/4642.
- [6] Gisart, B. (2013). *Grundlagen und Daten der Wahl zum 18. Deutschen Bundestag am 22. September 2013*. Wirtschaft und Statistik, Statistisches Bundesamt, 528-550.
- [7] Ito, T., Zhou, X., Nishizeki, T. (2006). *Partitioning a graph of bounded tree-width to connected subgraphs of almost uniform size*. Journal of Discrete Algorithms, 4(1), 142-154.
- [8] Lucertini, M., Perl, Y., Simeone, B. (1993). *Most uniform path partitioning and its use in image processing*. Discrete Applied Mathematics, 42(2-3), 227-256.
- [9] Mehrotra, A., Jonson, E.L., Nemhauser, G.L. (1998). *An Optimization Based Heuristic for Political Districting*. Management Science 44, 1100-1114.
- [10] OSZE/ODIHR-Wahlbewertungsmission (2009). *Bundestagswahlen am 27. September 2009*.
- [11] OSZE/ODIHR-Wahlexpertenteam (2013). *Bundestagswahlen am 22. September 2013*.
- [12] Pukelsheim, F. (1998). *Divisor oder Quote? Zur Mathematik von Mandatszuteilungen bei Verhältniswahlen*. Report 392, Institut für Mathematik, Universität Augsburg.
- [13] Ricca, F., Scozzari, A., Simeone, B. (2011). *Political Districting: From classical models to recent approaches*. 4OR, 9(3), 223-254.
- [14] Sainte-Laguë, A. (1910). *La représentation proportionnelle et la méthode des moindres carrés*. Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure 27, 529-542.
- [15] Statistisches Bundesamt (2013). *Zensus 2011 – Fakten zur Bevölkerung in Deutschland, Tabellenmaterial mit Ergebnissen des Zensus 2011: Kernmerkmale Bevölkerung*.
- [16] Vickrey, W.S. (1961). *On the Prevention of Gerrymandering*. Political Science Quarterly, 76, 105-110.
- [17] Young, H.P. (1988). *Measuring the Compactness of Legislative Districts*. Legislative Studies Quarterly, 13(1), 105-115.